

WOJEWÓDZKI KONKURS MATEMATYCZNY
im. prof. Stefana Banacha
Zawody indywidualne
TORUŃ, 29 marca 2019 roku

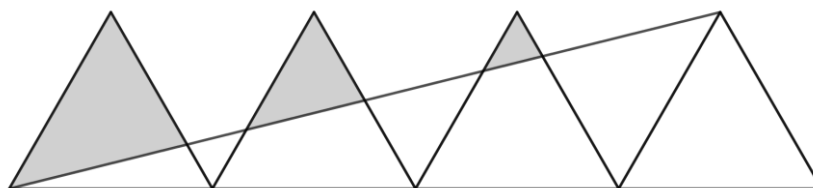
Czas rozwiązywania: 180 minut

Zadanie 1. Trzy ułamki

Liczby naturalne x, y spełniają warunek $\frac{2018}{2019} < \frac{x}{y} < \frac{2019}{2020}$. Wyznacz najmniejszą wartość $x + y$. Odpowiedź uzasadnij.

Zadanie 2. Cztery trójkąty równoboczne

Podstawy czterech przystających trójkątów równobocznych leżą na jednej prostej.



Wierzchołek pierwszego trójkąta połączono odcinkiem z wierzchołkiem czwartego trójkąta (patrz rysunek). Oblicz stosunek pola zacięniowanego do pola jednego trójkąta równobocznego.

Zadanie 3. Suma dzielników

Wyznacz wszystkie naturalne liczby n , dla których suma dwóch największych dzielników wynosi 2019.

Zadanie 4. Okrąg i romb

Okrąg jest wpisany w romb $ABCD$. Prosta k jest styczna do tego okręgu i przecina boki BC i CD odpowiednio w punktach P i Q . Wykaż, że wartość iloczynu $|BP| \cdot |DQ|$ nie zależy od wyboru prostej k .

Zadanie 5. Liczby dziewięciocyfrowe

Uzasadnij, że w zbiorze liczb dziewięciocyfrowych o różnych cyfrach istnieje ponad sto liczb podzielnych przez 37.